文章编号: 1001-4098(2004)04-0039-05

在线单方向外汇兑换问题研究*

徐寅峰, 朱志军

(西安交通大学 管理学院, 陕西 西安 710049)

摘 要: 外汇兑换是现实中的一个典型在线决策问题。R. El-Yaniv 等人将外汇之间的兑换抽象成了一个在线兑换模型, 提出基于风险的兑换策略。在此研究的基础上, 本文考虑汇率每日波动在一定范围内时的外汇兑换问题, 运用不同的分析方法, 给出平衡策略和平均分配策略。结果表明虽然对于 R. El-Yaniv 提出的在线外汇兑换模型, 平均分配策略是最优策略, 但对于本文提出的模型2, 平衡策略才是最优在线兑换策略。

关键词: 外汇兑换; 在线算法; 竞争分析; 平衡策略

中图分类号: F830 **文献标识码**: A

随着贸易全球化和经济一体化进程的加快, 国际资本在世界范围内的流动越来越频繁。在以美国为首的世界经济普遍低迷的情况下, 我国的经济还能一支独秀, 保持着年增长7%～8%左右。在外商眼中我国已经成为国际资本角逐本土以外的最大战场。据国家统计年鉴, 1999年我国进出口总额26896.3亿人民币, 实际利用外资526.59亿美元。虽然我国现在还没有实行资本项目的自由兑换, 但不难看出随着国际贸易和国际资本流动的进一步发展, 外汇兑换将成为一个重要的话题, 因此对外汇兑换的研究显得极为迫切。

在线问题是20世纪80年代后期兴起的一个热门研究方向, 它是研究不完全信息下的决策问题[1-4]。因为现实中的很多经济和金融问题有很强的动态特征, 不可能知道和预测未来确切信息。因此在这种情况下往往无法对问题做出最优决策, 而只能尽力给出问题的满意决策[5,6]。而竞争算法就是这样一种决策, 该决策在各种条件下给出的决策结果都在对应最优决策的一定范围之内[7]。在线问题和竞争算法在计算机科学方面已经有了很多的研究成果并得到了广泛的应用。由于金融和管理问题中未来信息的缺乏和不确定性, 如今它们也越来越多的受到众多在线问题和竞争算法研究学者的广泛注意。而本文研究的外汇兑换问题就是这方面的一个典型例子。

外汇兑换[8,9], 可以用下面的例子简单来理解: 假设一个交易者希望将他的一部分现金财产 w_0(如美元)兑换成另外一些资产或货币(如日元)。因为外汇的波动是无规律的, 且未来信息不可预测, 所以每天一个新的汇率出现时, 在线投资者必须决定是继续等待一个更好的汇率还是进行兑换且兑换多少。虽然随着电子信息技术和媒体业的飞速发展, 我们获取每天汇率信息的成本可以忽略不计。但如何进行最优的外汇兑换仍然是一个棘手的难题。

1 问题描述和模型建立

在单方向外汇兑换问题中, 每一天投资者都可能会将一部分美元兑换为日元, 因此这种的兑换策略可以用序列 $S = s_1, s_2, \cdots, s_n$, $s_i \in [0, 1]$ 表示在第 i 天的将美元兑换为日元的比例, 根据规则 $s_n = 0$。

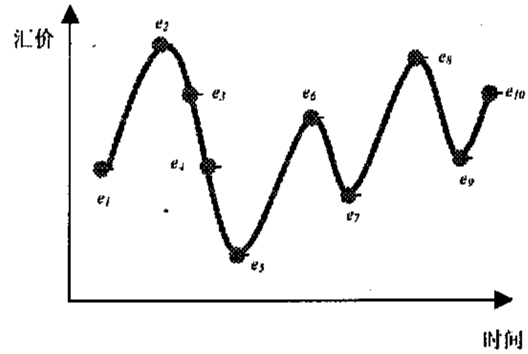

图1 汇率波动图

对于最优的离线策略, 首先可以观察到下面的性质。

---

* **收稿日期**: 2003-10-03
基金项目: 国家自然科学基金委员会优秀创新群体项目(70121001); 国家自然科学基金资助项目(B 类70028102)
作者简介: 徐寅峰(1962-), 男, 吉林人, 西安交通大学管理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 在线策略及其在金融管理中的应用; 朱志军(1977-), 男, 湖北襄樊人, 西安交通大学管理学院博士研究生, 研究方向: 在线策略及其在金融管理中的应用。

对于图1，上面有10天的汇价序列(日元/美元)，则最优的离线策略的收益为 $\Pi=\left(\frac{e_2}{e_1}\right)\left(\frac{e_6}{e_5}\right)\left(\frac{e_8}{e_7}\right)\left(\frac{e_{10}}{e_9}\right)$。通常来说，对于 n 期的汇价序列有 $\Pi=\prod_{i=1}^{n-1}\max\{1,e_{i+1}/e_i\}$。如果我们令 $X=x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是相对价格向量，则 $\Pi=\prod_{i=1}^{n-1}\max\{1,x_i\}$。

从上面的分析，不难知道对于任何兑换策略来说只有在汇价上升阶段才能获利。

2 单方向外汇兑换模型1

下面先介绍El-Yaniv在[8]中提到的单方向外汇兑换模型。令 M 为全局最大可能的汇价，m 为全局最低可能的汇价，Φ 为 M 和 m 的比值及 n 为交易期数。根据已知条件的不同，单方向外汇兑换问题可以分为四个不同的类型：

(1) 类型1：M,m,n 已知；

(2) 类型2：M,m 已知，n 未知；

(3) 类型3：Φ,n 已知；

(4) 类型4：Φ 已知，n 未知。

本文我们只考虑第一种类型，如果在线投资者开始拥有 d_0 数目的美元，则整个投资过程需要遵循以下三个原则：①一共有 n 个阶段，T_i，$i=1,2,\cdots,n$。②在每个阶段 T_i，会有一个新的汇率 p_i，在线投资者需要决定兑换多少美元。在阶段 T_i，投资者可以兑换 s_i 数目美元得到 s_ip_i 数目的日元，且 $s_i\in\left[0,d_0-\sum_{j=1}^{i-1}s_j\right]$。③如果第 T_n 阶段还有剩余美元，则在此阶段必须全部兑换成日元。

显然，最优的局外策略是在最大的汇率时将所有的美元兑换成日元。如果我们令 $U_j=\max_{i<j}p_i$，则最大的汇率为 U_n 且在线投资者的竞争比为 $r=\max_{P=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}}\frac{d_0U_n}{\sum_{i=1}^{n}s_ip_i}$，问题的目标就是设计一个策略使得竞争比 r 最小。数学模型可以表示为

$$
\begin{aligned}
r&=\max_{P=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}}\frac{d_0U_n}{\sum_{i=1}^{n}s_ip_i}\\
\text{s.t.}\quad&\forall i,s_i\geq 0\\
&\sum_{i=1}^{n}s_i=d_0\\
&\textstyle\sum\ \text{为在线算法集合}
\end{aligned}
$$

本文中，为了简便令 $d_0=1$，且省略上标 A，A 表示本文研究的基于风险的兑换策略。El-Yaniv证明了基于风险的兑换策略(Threat-based policy)是此问题最优的在线策略。

令 r 表示目标竞争比，则基于风险的兑换策略可以具体表示为以下两个原则：

(1) 只有在当前的汇率为最大值时才考虑将部分美元兑换成日元；

(2) 每次将美元兑换成日元时，我们只兑换最少数目的美元，使得即使以后的汇率一直保持最低时我们仍能保证得到的竞争比为 r。

除了最后一天，我们均按照此规则兑换美元，如果最后一天还有美元剩余，则必须将其按最低的汇率全部换为日元。

对于上面提到的基于风险的兑换策略和类型1有如下定理。

定理1 基于风险的兑换策略是在线单方向外汇兑换问题的最优策略，其中竞争比 r 为方程 $r=n\cdot\left(1-\left(\frac{m(r-1)}{M-m}\right)^{\frac{1}{n}}\right)$ 的惟一解。

3 单方向外汇兑换模型2

和先前的分析中El-Yaniv模型[8]不同的是，在这部分中假设每天的汇率波动在一定范围之间的基础上给出了此单方向外汇兑换问题的最优竞争比策略。而El-Yaniv模型中给出了汇率波动的整体上下界。本部分提出的外汇模型和El-Yaniv的模型都是对现实生活的具体描述，只是El-Yaniv的模型对整个投资区间内的每天汇率给出了一个上界和下界，而接下来的模型中给出了每天的变动区间。虽然似乎区别不大，但却得到了不同的数学分析方法和竞争比结论。

在模型2中，考虑第二天的汇率 e 依赖于当天的汇率，且 $e'\in[e/\theta,e\theta]$。汇率每天波动的比率范围在 $[0,\theta]$，决策者在兑换开始就已知 n,θ 的值[10]。在具体分析之前，先介绍一些基本知识。

3.1 平衡策略

从上面的分析我们知道，在兑换开始决策者就知道 n,θ 的一些信息。对于 $i\in Z_n$，令 e_i 是第 i 天的汇率，一个可行的汇率序列 $e=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$，$e_i\in[e_{i-1}/\theta,e_{i-1}\theta]$。令 E 表示所有可行的汇率序列集合，A 为最优的离线策略，B 为投资者的在线投资策略。在每次对手策略知道 B 的策略且在其实施之前，对手策略都会选择一些可行汇率序列 e 在第 i 天，$i\in Z_n$，在线投资策略在一看到 e_i 而不知未来汇率信息的时候就需要决策兑换多少数目的美元。$A(e)=\max_{1\leq i\leq n}e_i$，而 $B(e)=\sum_{i=1}^{n}a_ie_i$，其中 a_i 表示在在第 i 天兑换的美元数目。

对于 $i\in Z_n$，策略 S_i 表示在第 i 天将所有的美元兑换为日元，称为一次兑换策略，且 $S_i(e)=e_i$，则 S 表示一种随机的静态策略。令 s_i 表示策略 S 在第 i 天的期望兑换数目，于是 $s_i>0$，$\sum_{i=1}^{n}s_i=1$。于是令 S 表示在第 i 天兑换 s_i

数目美元的确定性策略。事实上, 数目 $s_1, s_2, \cdots, s_n$ 定义了一个在 $\Phi(Z_n)$ 上的概率密度函数, 令 S' 表示以概率 s_i 运用 S 策略的随机静态策略, 于是有如下引理成立。

引理1　对于所有的 $e\in E$, S, S', S'' 都是一致的, 即有 $S(e)=S'(e)=S''(e)$。

根据上面竞争比的概念, 令 r_s^* 表示静态策略的最小可能竞争比, 则有

$$r_s^* = \inf_{f\in\Phi(Z_n)} \sup_{e\in E} \frac{A(e)}{\sum_{i=1}^{n} f(i) S_i(e)}$$

静态的兑换策略是一个无限的在线博弈, 因为对手策略的纯策略集合是无限数目的。然而在线决策者考虑的是有限的 n 个纯策略集合 S_i。所以为了用上前面的一些结论, 我们需要将该问题转换成为一个有限在线博弈, 通过消除掉对手策略的一些非占优纯策略, 如非最坏汇率序列等我们可以达到此目的。最后得到如下类型的汇率序列:

令 $j=1,2,\cdots,n$, $\vec{e_j}=(\overbrace{\theta,\theta^2,\cdots,\theta^j}^{j}, \overbrace{\theta^{j-1},\theta^{j-2},\cdots,\theta^{j-n}}^{n-j})$, 其中 $e_j=\max_{i=1}^{n} e_i$。具体如图2所示。

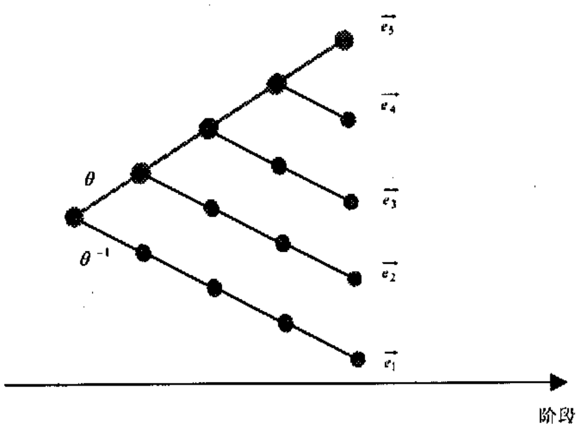

图2　占优汇率序列

引理2　给定静态策略 S, 对于每个 $e\in E$ 都是 $\vec{e_j}$ 的非占优序列, 即 $\frac{A(e)}{S(e)}\le\frac{A(\vec{e_j})}{S(\vec{e_j})}$。

证明　在竞争比分析中要找到问题的最坏情形一个重要的步骤就是将无限多种可能性转换为有限数目。具体来说令 S 表示静态交易策略且 $f\in\Im(Z_n)$ 表示其对应的概率密度函数。考虑汇率序列 $e=(e_1,e_2,\cdots,e_n)\in\Sigma$, 我们令 $d=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 表示其变动比率向量, 即 $d_i=e_i/e_{i-1}$。因为 $e_j=OPT(e)$, 于是竞争比可以表示为

$$r=\sup_{e\in\Sigma}\frac{OPT(e)}{\sum_{i=1}^{n} f(i)S_i(e)}$$

考虑最坏情形在最大值确定为 e_j 时, 对手策略一定使得后来的汇率以最大的变动 θ^{-1} 单调递减, 使得 $\sum_{i=j+1}^{n} f(i)S_i(e)$ 尽可能地小。亦即 $d_l=\theta^{-1}$ 对于 $i=j+1, j+2, \cdots, n$。对于任意的 $l<j$, 定义 $\lambda\ge1$ 且有 $\vec{d_l}=\lambda d_l=\theta$ 同时令 $\vec{d}=(\vec{d_1},\vec{d_2},\cdots,\vec{d_n})$, 其中对任意 $i\ne l$, $\vec{d_i}=d_i$。于是对于 $i<l$,

$$\frac{S_i(\vec{e})}{OPT(\vec{e})}=\frac{\vec{d_1}\vec{d_2}\cdots\vec{d_i}}{\lambda\vec{d_1}\vec{d_2}\cdots\vec{d_j}}=\frac{d_1d_2\cdots d_i}{\lambda d_1d_2\cdots d_j}\le\frac{d_1d_2\cdots d_i}{d_1d_2\cdots d_j}=\frac{S_i(e)}{OPT(e)}$$

对于 $i\ge l$,

$$\frac{S_i(\vec{e})}{OPT(\vec{e})}=\frac{\vec{d_1}\vec{d_2}\cdots\vec{d_i}}{\vec{d_1}\vec{d_2}\cdots\vec{d_j}}=\frac{\lambda d_1d_2\cdots d_i}{\lambda d_1d_2\cdots d_j}=\frac{d_1d_2\cdots d_i}{d_1d_2\cdots d_j}=\frac{S_i(e)}{OPT(e)}$$

因此对于所有的 i 和 l, e 都是 $\vec{e}$ 的非占优序列, 也就是说 $\frac{S_i(\vec{e})}{OPT(\vec{e})}\le\frac{S_i(e)}{OPT(e)}$。证毕。

因此对于所有递增没有达到 θ 和递减没到 θ^{-1} 的序列我们都可以不加考虑, 因为 e 都是这些序列的非占优序列。因此我们就可以将无限的对手策略集变为有限多种的策略集, 其数目就为 $\vec{e_j}$ 的序列数。

令 S_i 表示在线决策者的第 i 个纯策略且 $\vec{e_j}$ 表示对手策略的第 j 个纯策略。由以往的知识, 收益矩阵 K 可以定义为 $K(i,j)=\frac{S_i(\vec{e_j})}{A(\vec{e_j})}$。因为 $A(\vec{e_j})=\theta^j$, 而 $S_i(\vec{e_j})=\begin{cases}\theta^i, & i\le j\\ \theta^{2j-i}, & i>j\end{cases}$, 我们不难得到 $K(i,j)=\begin{cases}\theta^{i-j}, & i\le j\\ \theta^{j-i}, & i>j\end{cases}$, 即

$$K=\begin{pmatrix}1 & \theta^{-1} & \theta^{-2} & \cdots & \theta^{1-n}\\ \theta^{-1} & 1 & \theta^{-1} & \cdots & \theta^{2-n}\\ \theta^{-2} & \theta^{-1} & 1 & \cdots & \theta^{3-n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \theta^{1-n} & \theta^{2-n} & \theta^{3-n} & \cdots & 1\end{pmatrix}$$

引理3　对任意 $n>2$, $\det(K)=(1-\theta^{-2})^{n-1}>0$。

证明　用 K_n 表示 K 的维度是 n, 令 A_{ij} 表示去掉 i 行和 j 列后 K_n 的子矩阵。将 $\det(K_n)$ 按照第1行扩展, 得到 $A_{11}=K_{n-1}$, 且 A_{12} 的第1列等于 A_{11} 的 θ 倍, 而 A_{12} 的其他列等于 A_{11} 的相应列, 于是就有 $\det(A_{12})=\theta^{-1}\det(A_{11})$。对于 $j=3,4,\cdots,n$, $\det(A_{1j})=0$, 这是因为在 A_{1j} 中第1列是第2列的 θ^{-1} 倍。所以 $\det(K_n)=\det(A_{11})-\theta^{-1}\det(A_{12})=\det(K_{n-1})-\theta^{-1}\theta^{-1}\det(K_{n-1})=(1-\theta^{-2})\det(K_{n-1})$, 由此递推关系知引理成立。证毕。

令 b^* 是 n 维的列向量, 且有

$$b_i^*=\begin{cases}\dfrac{\theta}{n\theta-(n-2)}, & i=1\\[2mm] \dfrac{\theta-1}{n\theta-(n-2)}, & i=2,3,\cdots,n-1\\[2mm] \dfrac{\theta}{n\theta-(n-2)}, & i=n\end{cases}$$

因为 $b^*>0$ 且 $\sum_{i=1}^{n} b_i^*=1$, b^* 则表示在线决策者的一个混合策略。因此令BAL 表示以概率 b_i^* 应用 S_i 策略的静态

策略, 根据前面的分析我们知道BAL 等价于在第 i 天兑换 b_i^* 美元的确定性的静态策略。根据BAL 平衡策略, 有

定理2　令 $r=\dfrac{n\theta-(n-2)}{\theta+1}$,

①BAL 策略最优的静态策略, 且有 $r_{\mathrm{BAL}}=r$;

②根据前面引理中的等价原则, BAL 是惟一的最优静态策略;

③对任意 $j=1,2,\cdots,n$, $\dfrac{A(\overrightarrow{e_j})}{\mathrm{BAL}(\overrightarrow{e_j})}=r_{\mathrm{BAL}}$。也就是说对于每一个汇率波动曲线, BAL 相对对手策略的绩效都为一个定值。

证明　因为 b^* 表示的是 S_i 策略的一个概率分布, 所以 BAL 按照前面的分析仍然是一个静态策略。要证明BAL 是一个平衡策略, 我们需要证明对于每一个汇率波动曲线, BAL 相对对手策略的绩效都为一个定值, 即 $\sum_{i=1}^{n} b_i^* K(i,j)=\dfrac{\theta+1}{n\theta-(n-2)}$, $j\in Z_n$。

对于 $j=1$或 n:

$$
\begin{aligned}
&(n\theta-(\theta-2))\sum_{i=1}^{n} b_i^* K(i,j)\\
&=\theta\theta^{0}+(\theta-1)\theta^{-1}+(\theta-1)\theta^{-2}+\cdots\\
&\quad+(\theta-1)\theta^{2-n}+\theta\theta^{1-n}\\
&=\theta+1
\end{aligned}
$$

对于 $j=2,3,\cdots,n-1$:

$$
\begin{aligned}
&(n\theta-(\theta-2))\sum_{i=1}^{n} b_i^* K(i,j)\\
&=\theta\theta^{1-j}+\sum_{i=2}^{n-1}(\theta-1)\theta^{-|i-j|}+\theta\theta^{j-n}\\
&=\theta+1
\end{aligned}
$$

于是对于所有的汇率波动曲线, $\sum_{i=1}^{n} b_i^* K(i,j)=\dfrac{\theta+1}{n\theta-(n-2)}$, $j\in Z_n$, 于是BAL 策略是平衡策略。

对于其最优性的证明我们利用图2来说明。利用反证法, 不失一般性, 假定 b 为最优的确定性策略, 且竞争比为 r^*. 因为此 b 不是平衡策略, 而竞争比分析是最坏情形分析, 所以可以假定竞争比 $r^*=r_3$ 是在汇率 e_3时达到的, 也就是说对于另外的一些汇率序列, 确定性策略 b 的竞争比都要好于 r^*. 对于确定性策略 b′, 如果我们不改变 b_1′, b_2′, b_4′的投资数量, 而减少 b_5′, 增加 b_3′. 此改进对于 e_1, e_2, e_3的汇率序列竞争比会减少, 对于 e_4竞争比保持不变, 而对于 e_5竞争比会增大。因为本身对于 $r_3>r_5$′, 所以通过这个方法我们可以不断的改进最坏情形下的竞争比结果直至两个序列的竞争比相同。同样对于另外的一些 e_i 序列可以做同样的分析, 最终的结果会发现只有 b 对所有的 e_i 序列的竞争比结果一样时, 我们才不能做任何改进。这时 b 也就是逐步改进到上面提到的平衡策略。因此我们可以知道BAL 策略是该问题的最优在线策略。

3.2　平均分配策略DA

平均分配策略是一种静态策略, 且每一次兑换同样数目的美元, 即$1/n$. 于是根据相关知识, 平均分配策略是博弈 $\Gamma_H(n,n)$中的平均混合策略。根据定理2, 我们知道平均分配策略DA 不是最优的静态策略, 所以 $r_{\mathrm{BAL}}<r_{\mathrm{DA}}$.

定理3　$r_{\mathrm{DA}}=\dfrac{n(1-\theta^{-1})}{1-\theta^{-n}}$。

证明　根据定义有

$$
\begin{aligned}
&K(i,j)\\
&=\max_{1\le j\le n}\frac{S_i(\overrightarrow{e_j})}{A(\overrightarrow{e_j})}\\
&=\max_{1\le j\le n}\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\theta^{-|i-j|}}\\
&=\max_{1\le j\le n}\frac{n}{(1+\theta^{-1})-(\theta^{-j}+\theta^{j-n-1})}\\
&=\frac{n(1-\theta^{-1})}{(1-\theta^{-n})}
\end{aligned}
$$

证毕。

虽然平均分配策略 El-Yaniv 提出的模型中(即模型1)是最优的在线兑换策略, 但在模型2中却要差于平衡策略BAL。图3揭示了两种策略竞争比之间的关系。

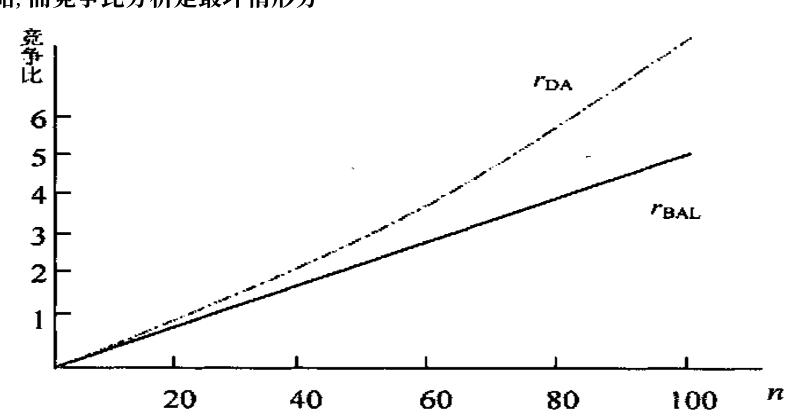

图3　两种竞争比的增长关系

4　小结

随着经济贸易的全球化, 各国之间的商贸往来也越来越频繁。企业之间进行进出口业务时, 不同货币之间的往来结算也变得越来越重要。同时人口的流动日益频繁, 出国旅游、移居他国人们往往需要进行外汇兑换, 外汇兑换也变得越来越重要。本文首先介绍了 El-Yaniv 等提出的在线兑换模型和基于风险的兑换策略, 给出了该问题的一般结果。而后本文从另一个角度出发, 考虑汇率序列符合某些统计特征, 如每天波动率在一定范围之内情况下的在线单方向外汇兑换问题。虽然 El-Yaniv 模型中也给出了汇率波动的整体上下界, 但分析方法和我们却大不相同。本文在给出了该问题的具体描述之后给出了平衡策略和平均分配策略。和 El-Yaniv 问题中不同的是, 平均分配策略在我们的模型中不在是最优的在线兑换策略, 相反我们提出的平衡策略是该在线问题的最优策略, 且其竞争比 $r=\frac{n\theta-(n-2)}{\theta+1}$。

对于本文所研究的外汇兑换问题还有许多进一步值的关注的问题和方向, 例如交易人可以双方向兑换时(即可以将美元兑换成日元, 也可以在某个时刻将日元兑换成美元), 我们该如何设计汇兑策略? 基于风险的兑换策略还是不是最优策略? 另外, 如果考虑交易费用、税收等因素, 我们提出的平衡策略还是不是最优策略也是一个值得关注的方向。

参考文献:

[1] Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, 11: 208~230.

[2] David S B, Borodin A. A new measure for the study of the on-line algorithm[J]. Algorithmica, 1994, 11: 73~91.

[3] Fiat A, Woeginger G. Online algorithms: the state of art[M]. Springer LNCS 1442, 1998: 178~195.

[4] Borodin A, El-Yaniv R. Online computation and competitive analysis[M]. Cambridge University Press, 1998.

[5] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing[J]. Algorithmica, 1999, 25: 116~140.

[6] Al-Binai S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games[J]. Algorithmica, 1999, 25: 99~115.

[7] Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communications of the ACM, 1985, 28: 202~208.

[8] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, Turpin G. Optimal search and one-way trading online algorithms[J]. Algorithmica, 2001, 30: 101~139.

[9] Raghavan P. A statistical adversary for on-line algorithms[J]. DMACS Series in Discrete Mathematics and Theorectial Computer Science, 1991, 7: 79~83.

[10] Chen G H, Kao M Y, Lyuu Y D, Wong H K. Optimal buy-and-hold strategies for financial markets with bounded daily returns[C]. SIAM J. Comput., 31(2): 447~459.

On Online One-Way Foreign Currency Trading Problem

XU Yin-feng, ZHU Zhi-jun

(School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Foreign currency trading is a typical online decision problem in our real life. R. El-Yaniv has abstracted it as an online one-way trading problem and proposed the threat-based policy. Different from Yaniv's analysis, we considered the one-way trading problem with daily volatility restriction, by applying different approaches, balanced policy and dollar-average policy are presented. The results showed that BAL policy is the optimal online strategy in our model 2, though DA strategy is the optimal strategy in Yaniv's model.

Key words: One-Way Trading; On-Line Algorithm; Competitive Analysis; Balanced Policy