

文章编号: 1000-6788(2007)01-0119-06

足球彩票胜负游戏的优化投资 ——在线组合优化

胡茂林^{1,2}, 徐寅峰², 徐维军³(1. 宁夏师范学院 数学系, 固原 756000; 2. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049;
3. 华南理工大学 工商管理学院, 广州 510641)

摘要: 以欧洲赔率为依据, 建立了足球彩票胜负游戏冷门分析的数学模型; 结合实证, 利用在线算法分析了传统的足彩投资方式——复式策略的弊端, 认为复式策略的竞争比太大, 风险度过高; 进而提出了冷门预期策略, 利用冷门指标对复式策略投注进行了优化组合, 大幅度地降低了竞争比和风险度。

关键词: 足球彩票; 在线算法; 复式策略; 冷门预期策略; 竞争比; 风险度

中图分类号: TB114.1

文献标志码: A

Optimization Investment of Football Lottery Game ——Online Combinatorial Optimization

HU Mao-lin^{1,2}, XU Yin-feng², XU Wei-jun³

(1. Department of Mathematics, Ningxia Normal College, Guyuan 756000, China; 2. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Based on the compensating rate in Europe lottery, we set up the mathematics model of the football lottery that is the dark-horse analyses of the win-and-defeat game. Combining the numerical analysis, we use the online algorithm to analyze the disadvantages of the traditional lottery investment method that is the multimode strategy, find that the competitive ratio of the multimode strategy is larger and the risk is higher. Further, we propose the method of the dark-horse expectancy strategy and optimize the multimode strategy by the darkhorse index so as to reduce the competitive ratio and risk degree of the multimode strategy.

Key words: football lottery; online algorithm; multimode strategy; darkhorse expectancy strategy; competitive ratio; risk degree

1 导论

1.1 在线问题与竞争算法简述

现实生活中的一切事物通常都是随着时间的推移而不断发生变化的, 致使许多经济现象都具有非常强的动态特征。人们对于这些经济现象的处理一般是先进行数学上的抽象, 然后用静态或统计的方法加以研究, 即首先确定已知条件, 然后在假定这些已知条件不变的基础上给出最优方案。我们说这种事先给定已知条件的处理问题的方法是把问题看待为离线 (offline) 问题。然而往往在金融领域所做出的经济决策受未来不可预测的可变化的因素的影响很大, 甚至是致命的, 这时如何寻求问题的最优解? 我们称这个问题为在线 (online) 问题。对于在线问题, 经典的优化方法有: 一是将可变化的因素随机化, 寻求平均意义上的最优方案; 二是考虑可变化因素的最坏情形, 寻求使得最坏情形达到最优的方案。这两种处理方法对变化因素的每一个特例都可能给出离实际最优解相差甚远的解, 这显然是难以满足实际要求的。那么是否存在

收稿日期: 2005-05-22

资助项目: 国家自然科学基金 (19731001, 70471035); 宁夏高等学校科学研究项目 (2004070)

作者简介: 胡茂林 (1963 -), 男, 宁夏固原人, 硕士, 教授, 研究方向: 在线算法, E-mail: humaolin2000@163.com; 徐寅峰 (1962 -), 男, 吉林省吉林市人, 西安交通大学管理学院战略与决策研究所教授, 博士生导师; 徐维军 (1975 -), 男, 宁夏固原人, 华南理工大学在站博士后, 研究方向: 在线金融算法。

一种方法,它在变化因素的每一个特例中都能给出一种方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内呢?近年来兴起的在线问题与竞争算法的研究结果在一定意义上给如上问题一个肯定的答案^[1,2].

在线问题的实质是对未来可变化的因素一无所知或者至多是逐步获得的,因此对于在线问题,必须是在没有后继信息的支持下,就能通过某种决策或算法(在线算法)得到较优结果,即在线算法 ALG 必须能够解决在最小费用(或最大利润)的要求下,实现对任意输入的变化因素序列 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ 而得到决策结果 $O = \{o_1, o_2, \dots, o_k\}$ 的输出.用 $C_{ALG}(I)$ 表示其费用,用 $C_{OPT}(I)$ 表示相应的离线算法的费用,即在事先已知输入 I 的情况下该问题的最优费用.如果存在与输入 I 无关的常数 α 和 β 满足:

$$C_{ALG}(I) \leq \alpha C_{OPT}(I) + \beta,$$

则称在线算法 ALG 为竞争算法, α 为竞争比;如果 $\alpha = 1$,则称在线算法 ALG 是严格竞争的^[1,2].

1.2 足球彩票胜负游戏规则简介

足球彩票在欧洲的历史由来已久,但在我国,直到2001年国家体育总局首次推出了竞猜13场足球比赛的胜、平、负结果的彩票及游戏规则.经过几年经验的积累,到了2004年改为竞猜14场比赛并将游戏规则修订为:

第一条 由购票人预测每一轮次指定的14场比赛的胜、平、负结果,每场比赛的胜、平、负共有3种预测结果:“3”代表主队胜,客队负;“1”代表主队与客队平;“0”代表主队负,客队胜.

第二条 购票人投注时,可以在每场比赛的3种预测结果中,任意选择1种或1种以上(复式投注)预测结果.购票人所选择的全部14场比赛的每种预测结果的组合,即构成一注,每注售价2元.

第三条 设一、二、三等奖,各级奖金按中该等奖级的注数平均分配,当期总奖金额为当期总销售额的50%.一等奖:猜中全部14场比赛的胜平负结果;二等奖:猜中其中13场比赛的胜平负结果;三等奖:猜中其中12场比赛的胜平负结果;各级奖金最高500万元封顶^[3].

1.3 足彩投资问题的在线特征

众所周知,足球比赛的结果往往容易“爆冷”,因为除了球队的实力之外,影响足球比赛的因素还有:临场状态,历史交锋记录,禁赛及伤病,主客场,德比大战,天气情况,教练,裁判等.正所谓:“足球是圆的,只有天知道它会滚进哪个门”.一期足球彩票要涉及到13或14场比赛,必有“冷门”的出现,如果对每场比赛都按照球队的正常实力去投资,一般都不会中奖.因此,搏冷门是足彩致胜的法宝.但冷门会出现在哪些场次,这更难以搏猜,或者说这更具有动态特征.专业地讲:足彩投资问题具有强烈的在线特征.

面对足球彩票强烈的不确定性投资环境,投资者不愿意在高风险下冲击高额利润,而是更愿意期望以较少的投资来搏取奖金^[4-6].本文的目的就是试图利用近年来在算法领域兴起的一个热点研究项目——在线算法与竞争分析,对足球彩票胜负游戏的投资问题进行优化:首先建立足球彩票冷门分析的数学模型,分析传统的足彩投资方式——复式策略的不足,认为复式策略的竞争比太大,以致于它的风险度令投资者不能承受;然后提出冷门预期策略,对复式策略投注的彩票用冷门指标进行优化组合.优化后得到的彩票和复式策略投注的彩票相比中奖能力不会有太多的下降,而竞争比和风险度会成数十倍的下降.如果预期成功,则投资者就能以小额成本换来大额回报;如果预期失败,其风险度会在投资者可接受的范围内.

2 数学模型

本节以欧洲赔率为依据,建立以竞猜13场比赛的足球彩票的数学模型,这个模型同样适用于含14场比赛的足球彩票,也适用于欧洲竞猜多场足球比赛胜、平、负结果的足球彩票.

在每期足球彩票开始销售前,欧洲各大博彩公司都会开出各大洲一些重要联赛的每场球的主队胜、平、负的赔率,如表1的形式^[7].这组数据是经有关专家综合了各方面的因素开出的,能够较全面、客观、准确地反映对阵的两支球队的实力及状态(某项赔率越小,该项结果越容易发生).其中以William Hill公司开出的赔率较为权威.

表 1 赔率

主队	客队	主队胜赔率	主客队平赔率	主队负赔率	预测投注	实际结果
H_i	Q_i	x_i	y_i	z_i		

基本假设 对于任一期足球彩票,总是假定 $\forall i \in \{j | 1 \leq j \leq 13, j \in N\}$, 都有: $x_i = y_i$ or $y_i = z_i$.

定义 1 设第 i 场球 H_i vs Q_i 的赔率为 $x_i, y_i, z_i (1 \leq i \leq 13)$, 若两个较大赔率中的某个发生, 则称第 i 场球爆了冷门或发生了冷门; 当 $x_i = y_i = z_i$, 规定 y_i, z_i 为较大赔率.

定义 2 设第 i 场球 H_i vs Q_i 的赔率为 x_i, y_i, z_i , 且 $\max\{x_i, z_i\} \geq 5$, 若 x_i 或 z_i 爆冷, 则称这个冷门为一级冷门; 若 y_i 发生, 则称这个冷门为一级平冷门.

定义 3 设第 i 场球 H_i vs Q_i 的赔率为 x_i, y_i, z_i , 且 $\max\{x_i, z_i\} < 5$, 若 x_i 或 z_i 爆冷, 则称这个冷门为二级冷门; 若 y_i 发生, 则称这个冷门为二级平冷门.

从游戏规则可以看出: 任一注彩票或实际比赛结果都是集合 $\{3, 1, 0\}$ 的一个 13-可重排列, 即序列 $a_1 a_2 \dots a_{13}$, 其中每个 $a_i \in \{3, 1, 0\}$, 任一期足球彩票的实际比赛结果都是唯一的, 记为 $s_0 = a_{01} a_{02} \dots a_{013}$, 任一注彩票记为 $s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}$; 任一期足球彩票的全部可能结果有 3^{13} 种, 即集合 $\{3, 1, 0\}$ 的全部 13-可重排列, 记为 $S_l = \{s_i | s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}, a_{ij} \in \{3, 1, 0\}, j = 1, 2, \dots, 13\}$. 一次预测投注即选取集合 S_l 的一个子集, 由于任何一次预测投注都是在线的, 因此一次预测投注记为 $S_{ALG} = \{s_i | s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}, a_{ij} \in A_j \subset \{3, 1, 0\}\}$, 一次预测投注 S_{ALG} 的注数记为 $|S_{ALG}|$.

定义 4 对于任意两注彩票 $s_1 = a_{11} a_{12} \dots a_{113}$ 和 $s_2 = a_{21} a_{22} \dots a_{213}$, 称 $|\{i | a_{1i} - a_{2i} = 0, 1 \leq i \leq 13\}|$ 为这两注彩票的距离, 记为 $d_{12} = |s_1 - s_2|$.

定义 5 对于任意一注彩票 $s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}$, 若最多存在 $l_{i,1}$ 个 a_{ij} 属于一级冷门, $l_{i,2}$ 个 a_{ij} 属于一级平冷门, $l_{i,3}$ 个 a_{ij} 属于二级冷门, $l_{i,4}$ 个 a_{ij} 属于二级平冷门, 则称序列 $l_{i,1}, l_{i,2}, l_{i,3}, l_{i,4}$ 为这注彩票的防冷指数, 一注彩票包含的最多冷门数叫这注彩票的防冷能力; 对于一次预测投注 $S_{ALG} = \{s_i | s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}, a_{ij} \in A_j \subset \{3, 1, 0\}\}$, $\max_{s_i \in S_{ALG}} l_{i,j} = l_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 叫这次预测投注的防冷指数, 把预测投注 S_{ALG} 包含的最多冷门数 l 叫这次预测投注的防冷能力, 防冷能力与防冷指数统一记为 $l: l_1, l_2, l_3, l_4$.

定义 6 设 $S_{ALG} = \{s_i | s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}, a_{ij} \in A_j \subset \{3, 1, 0\}\}$ 是一次预测投注, $s_0 = a_{01} a_{02} \dots a_{013}$ 是实际比赛结果, 若 $\min\{d_{i0} | d_{i0} = s_i - s_0, s_i \in S\} = d$, 则称这次预测投注的中奖能力为 $13 - d$; 把使得 $d_{i0} = s_i - s_0 = d$ 的 s_i 叫这次预测投注 S_{ALG} 的最好结果, 记为 S_{OPT} , 显然在离线情况下, $|S_{OPT}| = 1$; 把 $\frac{|S_{ALG}|}{|S_{OPT}|} = |S_{ALG}|$ 叫这次预测投注的竞争比.

定义 7 设一期彩票的预测投注为 $S_{ALG} = \{s_i | s_i = a_{i1} a_{i2} \dots a_{i13}, a_{ij} \in A_j \subset \{3, 1, 0\}\}$, 我们称 $R = \left(1 - \frac{|S_{ALG}|}{|S_l|}\right) |S_{ALG}|$ 为这次预测投注的风险度, 当预测投注不能中奖时, 我们称 $R_0 = |S_{ALG}|$ 为绝对风险.

3 复式策略及其竞争分析

对于足球彩票, 冷门的发生令投资者防不胜防, 为了堵住冷门, 投资者不惜重金采用大额复式甚至“全包”的形式进行投注. 我们称这种传统的投资形式为复式策略.

复式策略 RIS: 一般是先选定 m 场赔率相差较大的场次, 对其中的每场球按赔率的最小值给出一个预测结果 (稳胆); 对剩余的 $13 - m$ 场球, 根据赔率的情况, 每场给出 2 个 (苦胆) 或 3 个 (包胆) 预测结果, 构成预测投注, 记为 S_{RIS} .

设某期彩票用复式策略给出的稳胆有 m 个, 给出的苦胆有 m_1 个, 给出的包胆有 m_2 场次. 则复式策

略投注的总注数为: $|S_{RIS}| = 2^{m_1} \cdot 3^{m_2}$.

- 1) 复式策略的防冷能力 $l = 13 - m$.
- 2) 复式策略的竞争比 $= |S_{RIS}| = 2^{m_1} \cdot 3^{m_2}$.
- 3) 复式策略的风险度 对于复式策略 RIS , 它的风险度为

$$R = \left(1 - \frac{|S_{RIS}|}{|S_l|} \right) |S_{RIS}| = \left(1 - \frac{2^{m_1} \cdot 3^{m_2}}{3^{13}} \right) 2^{m_1} \cdot 3^{m_2} = \left(1 - \frac{2^{m_1}}{3^{13-m_2}} \right) 2^{m_1} \cdot 3^{m_2},$$

其绝对风险为

$$R_0 = |S_{RIS}| = 2^{m_1} \cdot 3^{m_2}.$$

这种投资方法,当 m_1, m_2 较小时,则防冷能力较小,这样很难中奖,即中奖就意味着很少冷门发生,那样就会出现所有投资者都中奖的情况,奖金就会少得可怜,一般是奖不抵本;当 m_1, m_2 较大时,虽然防冷能力得到了提高,但竞争比会很大,即投资成本会很高,相应地风险度也会很大,一但有“稳胆不稳,苦胆变苦”时,绝对风险会剧增,就会令投资者损失巨大,不能承受.

下面我们来分析一例:足彩第 03009 期,体彩导刊第 66 期的预测投注(表 2)^[8].

表 2 赔率、预测投注、实际结果

场次	主队	客队	主队胜赔率	主客队平赔率	主队负赔率	预测投注	实际结果
1	科莫	布雷西亚	2.62	2.9	2.5	(31)0	1
2	AC米兰	切沃	1.53	3.4	5.5	3	1
3	博洛尼亚	国际米兰	3.0	2.87	2.25	(1)0	0
4	乌迪内斯	尤文图斯	3.4	2.8	2.1	(1)0	0
5	罗马	拉齐奥	2.6	2.8	2.6	3(10)	1
6	亚特兰大	帕尔玛	2.25	2.87	3.0	3(10)	1
7	都灵	雷吉纳	3.0	3.0	2.2	(31)0	3
8	拜仁	勒沃库森	1.36	3.75	8.0	3	3
9	汉诺威	罗斯托克	2.2	3.1	2.87	3(0)	3
10	不来梅	波鸿	1.83	3.3	3.6	3(0)	3
11	斯图加特	汉堡	1.8	3.3	3.75	3(1)	1
12	里昂	阿亚克肖	1.4	3.6	7.5	3	3
13	特鲁瓦	蒙彼利埃	1.9	3.0	3.75	3(10)	0

本期彩票的实际结果是 $s_0 = 1100113333130$,共发生了 7 个冷门:1 个一级平冷门,2 个二级冷门,4 个二级平冷门.一等奖:342706 元,二等奖:7905 元^[9].

预测投注 $S_{RIS} = \{a_1 3 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 3 a_9 a_{10} a_{11} 3 a_{13} | a_1, a_5, a_6, a_7, a_{13} \{3, 1, 0\}; a_3, a_4 \{1, 0\}; a_9, a_{10} \{3, 0\}; a_{11} \{3, 1\}\}$;有 3 个稳胆,5 个苦胆,最好结果是 $S_{OPT} = \{1300113333130\}$,共 6 个冷门:2 个二级冷门,4 个二级平冷门,与实际结果的距离是 1.

防冷能力为 10 0,0,7,8;

竞争比 $= |S_{RIS}| = 2^5 \cdot 3^5 = 7776$;

风险度 $R = \left(1 - \frac{|S_{RIS}|}{|S_l|} \right) |S_{RIS}| = \left(1 - \frac{2^5}{3^8} \right) 2^5 3^5 = 7736$;

投资额 $2|S_{RIS}| = 15552$ 元,由于预测投注的第二场次的稳胆爆冷(一级平冷门),导致只中得一个二等奖 7905 元,利润为 - 7647 元.

4 冷门预期策略及其竞争分析

现在我们对上例中预测投注的 7776 注彩票对实际结果 1100113333130 的覆盖能力作进一步的分析:其中有一注彩票是 1300113333130,离实际结果最近,正是这注彩票中得了二等奖,而其余的 7775 注彩票

与实际结果都至少相差两场球,正是这为数巨大的 7775 注废票令投资者赔了血本.当然我们事先无法准确地判断预测投注的 7776 注彩票中到底那些离将来的实际结果最近,但是我们大致可以确定其中有些彩票极有可能与将来的实际结果相差甚远.例如对预测投注中的选 2 个或 3 个预测结果的场次尽可能的全取 3;全取 1;全取 0 组合而成的彩票:331133333333,331033333333,330133333333,330033333333;1311111333131,1311111330131,1311111303131,1311111300131;0300000300330,0300000300130.这些彩票有的不含冷门,有的包含的冷门太多,它们只是在理论上有着中奖的极小的可能性,事实上,我们可以大胆地说这些彩票根本就不可能中奖.

一般地设一期彩票的复式策略投注为 S_{RIS} ,防冷能力为 $l:l_1, l_2, l_3, l_4$;则 S_{RIS} 中包含了有 $0 \sim l_1$ 个一级冷门, $0 \sim l_2$ 个一级平冷门, $0 \sim l_3$ 个二级冷门, $0 \sim l_4$ 个二级平冷门的所有各种组合构成的单式投注.这些单式投注中既有防冷能力很低的彩票也有防冷能力很高的彩票.如果那些防冷能力很低的彩票将来中奖,就意味着这期足彩很少冷门发生,这样就会出现几乎所有彩民都中奖的情况,奖金就会少得可怜,很可能还奖不抵本;对于那些防冷能力很高的彩票,虽然说足球比赛常有冷门发生,但冷门的发生毕竟是有条件的,不可能场场爆冷,尤其是一级冷门更是罕见,因此这些彩票中奖的概率是相当低的,甚至根本不可能中奖.另外各种冷门发生的个数应当与该种冷门的赔率成反比,如包含了 l_3 个二级冷门,而没有二级平冷门的彩票是几乎不可能中奖的.因此,足彩投资的关键是合适地把握预测投注的每注彩票的防冷能力及防冷指数.

基于以上分析,我们的想法是首先对一个用复式策略给出的比较合理的投注中常见的、容易发生的冷门的个数及冷门的种类作出预期,通过这种成功率较高的预期过滤掉 S_{RIS} 中防冷能力较低和较高的彩票,留下防冷能力适中而容易中奖的彩票,使得这些彩票和 S_{RIS} 中的彩票相比中奖能力不会有太多的下降,而竞争比和风险度会成数十倍的下降.如果预期成功,则投资者就能以小额成本换来大额回报;如果预期失败,其风险度在投资者可接受的范围之内.

冷门预期策略:设某一期彩票的复式策略投注为 $S_{RIS}(l|l_1, l_2, l_3, l_4)$,为了规避较大的风险度 $\left(1 - \frac{|S_{RIS}|}{|S_I|}\right) |S_{RIS}|$,可先对本期彩票的冷门情况做出预期:设这期彩票共会发生 k 个冷门且依次为 k_1 个一级冷门, k_2 个一级平冷门, k_3 个二级冷门, k_4 个二级平冷门(对于任一期足球彩票,总是假定共发生 $k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$ ($6 \leq k \leq 9$) 个冷门),其中 $k_1 \leq l_1, k_2 \leq l_2, k_3 \leq l_3, k_4 \leq l_4$.然后从 S_{RIS} 中选出具有 k_1 个一级冷门, k_2 个一级平冷门, k_3 个二级冷门, k_4 个二级平冷门那种单式投注构成预期投注 $S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)$.

冷门预期策略的竞争比和风险度

1) 冷门预期策略的竞争比为 $|S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)|$.

2) 冷门预期策略的风险度为 $\left(1 - \frac{|S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)|}{|S_I|}\right) |S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)|$,绝对风险为 $|S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)|$.

下面给出 $S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)$ 的具体生成过程及 $|S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)|$ 的计算方法:

设某一期彩票的复式策略投注为 $S_{RIS}(l|l_1, l_2, l_3, l_4)$,选 2 个预测结果的有 m_1 场次,其中有 l_1 个一级冷门,有 l_2 个一级平冷门,有 l_3 个二级冷门,有 l_4 个二级平冷门;选 3 个预测结果的有 m_2 场次,其中有 l_1 个一级冷门, l_2 个一级平冷门, l_3 个二级冷门, l_4 个二级平冷门,则冷门预期策略投注 $S_{CAS}(k|k_1, k_2, k_3, k_4)$ 可按如下步骤生成(约定当 $x < y$ 时, $\binom{x}{y} = 0$).

1) 从 $S_{RIS}(l|l_1, l_2, l_3, l_4)$ 选出具有 k_1 个一级冷门和 k_2 个一级平冷门那种小复式彩票.

a. 从 l_1 个一级冷门中选出具有 k_1 个一级冷门的彩票,再从 l_2 个一级平冷门中选出 k_2 个一级平冷门的彩票,有 $\binom{l_1}{k_1} \binom{l_1}{0} \binom{l_2}{k_2}$ 种选法;

b. 从 l_1 个一级冷门中选出具有 $k_1 - 1$ 个一级冷门, 从 l_1 个一级冷门中选出 1 个一级冷门的彩票, 再从 $l_2 - 1$ 个一级平冷门中选出 k_2 个一级平冷门的彩票, 有 $\binom{l_1}{k_1 - 1} \binom{l_1}{1} \binom{l_2 - 1}{k_2}$ 种选法;

...

c. 不在 l_1 个一级冷门中选出一级冷门, 从 l_1 个一级冷门中选出 k_1 个一级冷门的彩票, 再从 $l_2 - k_1$ 个一级平冷门中选出 k_2 个一级平冷门的彩票, 有 $\binom{l_1}{0} \binom{l_1}{k_1} \binom{l_2 - k_1}{k_2}$ 种选法.

因此, 具有 k_1 个一级冷门和 k_2 个一级平冷门那种小复式彩票的选法共有

$$\binom{l_1}{k_1} \binom{l_1}{0} \binom{l_2}{k_2} + \binom{l_1}{k_1 - 1} \binom{l_1}{1} \binom{l_2 - 1}{k_2} + \dots + \binom{l_1}{0} \binom{l_1}{k_1} \binom{l_2 - k_1}{k_2}.$$

2) 在 1) 中选出的每个小复式彩票中再选出具有 k_3 个二级冷门和 k_4 个二级平冷门的那种彩票.

与 1) 同理, 1) 中的每个小复式彩票中含有 k_3 个二级冷门和 k_4 个二级平冷门的那种彩票的注数共有

$$\binom{l_3}{k_3} \binom{l_3}{0} \binom{l_4}{k_4} + \binom{l_3}{k_3 - 1} \binom{l_3}{1} \binom{l_4 - 1}{k_4} + \dots + \binom{l_3}{0} \binom{l_3}{k_3} \binom{l_4 - k_3}{k_4}.$$

综合 1), 2), 可知

$$|S_{CAS}(k | k_1, k_2, k_3, k_4)| = \left\{ \binom{l_1}{k_1} \binom{l_1}{0} \binom{l_2}{k_2} + \binom{l_1}{k_1 - 1} \binom{l_1}{1} \binom{l_2 - 1}{k_2} + \dots + \binom{l_1}{0} \binom{l_1}{k_1} \binom{l_2 - k_1}{k_2} \right\} \cdot \left\{ \binom{l_3}{k_3} \binom{l_3}{0} \binom{l_4}{k_4} + \binom{l_3}{k_3 - 1} \binom{l_3}{1} \binom{l_4 - 1}{k_4} + \dots + \binom{l_3}{0} \binom{l_3}{k_3} \binom{l_4 - k_3}{k_4} \right\}.$$

下面我们对上例中复式策略投注 $S_{RIS}(10|0,0,7,8)$ 给出的 7776 注彩票用冷门预期策略进行优化.

设这期彩票共发生 k 个冷门, k_1 个一级冷门, k_2 个一级平冷门, k_3 个二级冷门, k_4 个二级平冷门. 由复式策略投注可知 $k_1 = k_2 = 0$; 由整体赔率情况, 我们预期 $k = 6, k_3 = 2, k_4 = 4$ 进行优化比较合理.

复式策略投注 $S_{RIS}(10|0,0,7,8)$ 中, $l_3 = 2$ 是第 9, 10 场次, 预测结果分别为 3(0), 3(0), $l_3 = 5$ 是第 1, 5, 6, 7, 13 场次, 预测结果分别为 (31)0, 3(10), 3(10), (31)0, 3(10); $l_4 = 7$ 是第 1, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13 场次, 预测结果分别为 (31)0, (1)0, (1)0, 3(10), 3(10), (31)0, 3(1), 3(10), 则

$$\binom{l_3}{k_3} \binom{l_3}{0} \binom{l_4}{k_4} = \binom{2}{2} \binom{5}{0} \binom{7}{4} = 35, \quad \binom{l_3}{k_3 - 1} \binom{l_3}{1} \binom{l_4 - 1}{k_4} = \binom{2}{1} \binom{5}{1} \binom{6}{4} = 150,$$

$$\binom{l_3}{0} \binom{l_3}{2} \binom{l_4 - 2}{k_4} = \binom{2}{0} \binom{5}{2} \binom{5}{4} = 50.$$

所以, $|S_{CAS}(6|0,0,2,4)| = \binom{2}{2} \binom{5}{0} \binom{7}{4} + \binom{2}{1} \binom{5}{1} \binom{6}{4} + \binom{2}{0} \binom{5}{2} \binom{5}{4} = 235.$

因此, 过滤后仅剩余 235 注彩票, 约为原来的 7776 注的三十三分之一, 并且原来中奖的 1 注就在其中; 竞争比 $= |S_{CAS}(6|0,0,2,4)| = 235$, 风险度 $R = \left(1 - \frac{|S_{CAS}(6|0,0,2,4)|}{|S_I|} \right) |S_{CAS}(6|0,0,2,4)| = 235$, 投注额 $2|S_{CAS}| = 470$ 元, 中奖额 7905 元, 利润 7435 元.

5 小结

博彩是最难以有效把握的金融投资问题^[5], 本文以足球彩票的投注就此问题作了初步探讨. 文中提出的冷门预期策略, 充分地考虑了足球彩票强烈的在线特征, 以防冷能力及防冷指数为重要刻画指标, 通过冷门预期, 对传统的复式策略投注进行了优化组合, 使得优化后留下的那些为数不多的彩票和大量的复式

(下转第 130 页)

但有部分发生波动的数据看作是来自非正态的数据,就可能被误认为是服从非正态分布的数据来处理.因此,应该先确认非正态性是由于非正态分布造成的而不是来自于失控的工序.

参考文献:

- [1] Choobineh F, Branting D. A simple approximation for semivariance [J]. European Journal of Operational Research, 1986, 27(1): 364 - 370.
- [2] Schilling E G, Nelson P R. The effect of nonnormality on the control limits of \bar{X} -bar charts [J]. Journal of Quality Technology, 1976, 8(3): 183 - 188.
- [3] Schneider H, Kasperski W J. 偏态和截尾数据的控制图[J]. 刘玉敏, 马义中, 等译. 国外质量信息, 1997, 5(2): 17 - 23. Schneider H, Kasperski W J. Control charts for skewed and cut tail data [J]. Liu Yumin, Ma Yizhong, trans. Foreign Quality Information, 1997, 5(2): 17 - 23.
- [4] Bai D S, Choi I S. \bar{X} -bar and R control charts for skewed populations [J]. Journal of Quality Technology, 1995, 27(3): 120 - 131.
- [5] Youn Min Chou, Alan M. Pblansky. Transforming nonnormal data to normality in statistical process control [J]. Journal of Quality Technology, 1998, 30(2): 133 - 141.
- [6] Bert Keats J, John D. Miskulin, George C. Runger. Statistical process control scheme design [J]. Journal of Quality Technology, 1995, 27(1): 231 - 246.
- [7] William H. Woodall. Controversies and contradictions in statistical process control (with discussion) [J]. Journal of Quality Technology, 2000, 1(1): 1 - 24.

(上接第 124 页)

策略投注彩票相比,中奖能力不会有太多的下降,而竞争比却成数十倍的下降.有目的地利用了预期可能带来的低风险度成功地规避了复式策略投注的高风险度:当复式策略投注中一等奖时,如果预期成功,则投资者就能以小额成本换来大额回报,如果预期失败,投资者还有中得二、三等奖的机会,即使不能中奖其风险度会在投资者可接受的范围之内;当复式策略投注只中得小额奖金时,冷门预期策略不但避免了大额复式策略投注会出现奖不抵本的风险而且还有获得小额利润的机会;特别地,当大额复式策略投注不能中奖时,冷门预期策略就起到了规避较大绝对风险的作用.

参考文献:

- [1] Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, 11(2): 208 - 230.
- [2] Du D Z. k -server problem and competitive algorithms[J]. Mathematics in Practice and Theory (in Chinese), 1991, (4): 36 - 40.
- [3] Center of Lottery. Game Rule of Football Lottery (in Chinese) [EB/OL]. <http://toto.lottery.gov.cn/>, 2003. 03. 02.
- [4] Algoet P. Universal schemes for prediction, gambling, and portfolio selection[J]. Annals of Probability, 1992, 20: 901 - 941.
- [5] Cesar-Bianchi N, Freund Y, Helmbold D P, Haussler D, Schapire R, Warmuth M K. How to use expert advice[J]. Journal of the ACM, 1997, 44(3): 427 - 485.
- [6] Breiman L. Optimal Gambling Systems for Favorable Games[C]//Proceeding of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1, pp. 65 - 78. Univ. of California Press, Berkeley, 1961.
- [7] Xing S. Europe Loss Ratio (in chinese) [EB/OL]. <http://toto.lottery.gov.cn/>, 2003. 03. 07.
- [8] Zhang Q. The Forecast of 03009th Football Lottery[Z]. Journal of Lottery (in Chinese), 2003, (66): 2 - 10.
- [9] Zhang Q. The Results of 03009th Football Lottery[Z]. Journal of Lottery (in Chinese), 2003, (67): 2 - 10.